



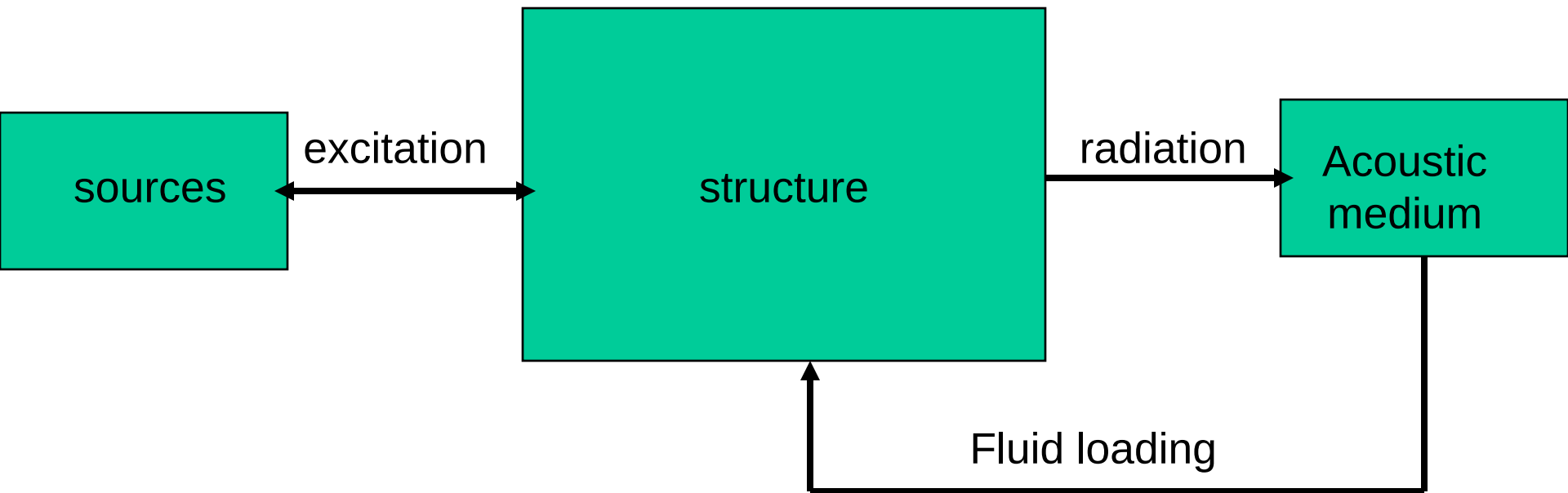
Rayonnement Acoustique des Parois

Jean-Louis Guyader
LVA-INSA Lyon

Plan de l'exposé:

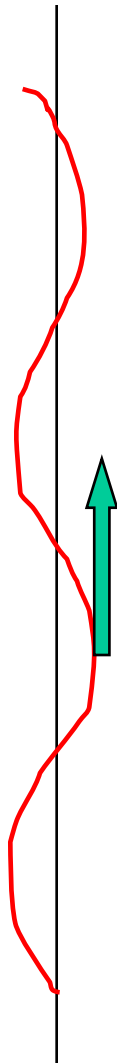
1. Introduction
2. Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement
3. Fréquence critique des plaques en flexion
4. Rayonnement des modes de vibrations
5. Facteur de rayonnement des parois

Introduction





Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement



Onde vibratoire progressive

$$V_z(x, y, t) = A \exp(j\lambda x + j\mu y) \exp(j\omega t)$$

$$c_x = -\omega / \lambda$$

$$c_y = -\omega / \mu$$



Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

Couplage: continuité des vitesses acoustiques et mécaniques normales

$$V_z(x, y) = \frac{j}{\omega \rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}(x, y, 0)$$



$$p(x, y, z) = F(z) \exp(j\lambda x + j\mu y)$$



Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

Ondes rayonnantes (propagatives en z)

$$\omega < \omega_{Co} = c\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \longrightarrow k < k_{Co} = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$$

$$p(x, y, z) = -\frac{\omega \rho_0}{k_z} A \exp(j\lambda x + j\mu y - jk_z z)$$

$$k_z = \sqrt{k^2 - \lambda^2 - \mu^2}$$



Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

Ondes non rayonnantes (évanescentes en z)

$$\omega > \omega_{Co} = c\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \longrightarrow k > k_{Co} = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$$

$$p(x, y, z) = j \frac{\omega \rho_0}{\gamma_z} A \exp(j\lambda x + j\mu y - \gamma_z z)$$

$$\gamma_z = \sqrt{-k^2 + \lambda^2 + \mu^2}$$

Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

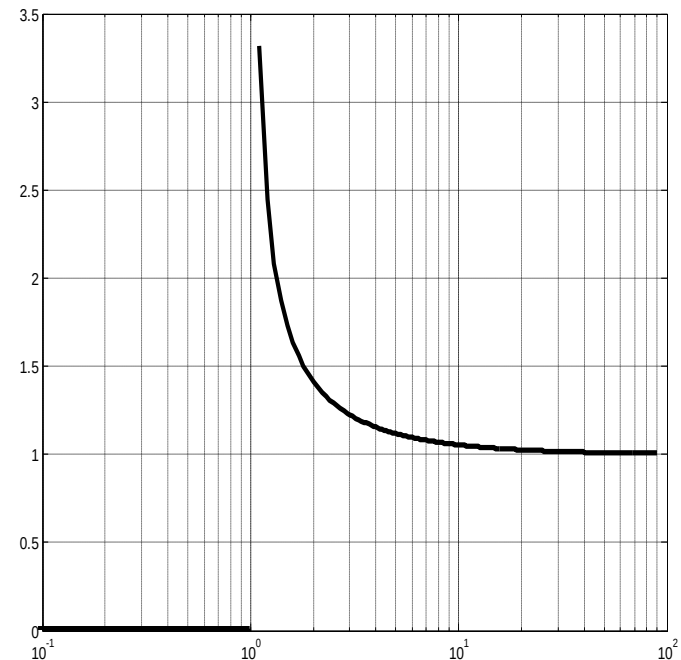
Vecteur intensité

$$\vec{I} = \begin{Bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} |A|^2 \frac{\omega \rho_0}{k_z^2} \begin{Bmatrix} -\lambda \\ -\mu \\ k_z \end{Bmatrix}$$

$$\vec{I} = \begin{Bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} |A|^2 \frac{\omega \rho_0}{\gamma_z^2} \exp(-2\gamma_z z) \begin{Bmatrix} -\lambda \\ -\mu \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Facteur de rayonnement

$$\sigma = \frac{I_z}{\rho_0 c |A|^2}$$



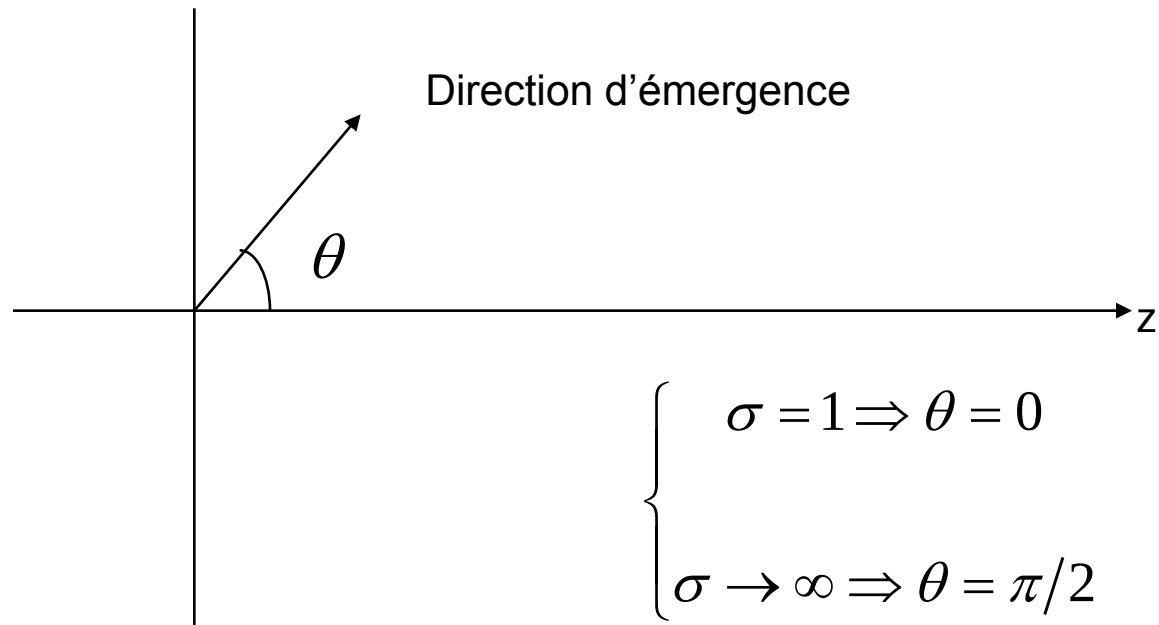


Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

Directivité de l'onde propagative

$$\begin{cases} \lambda = k \sin(\varphi) \sin(\theta) \\ \mu = k \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ k_z = k \cos(\theta) \end{cases}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{\sigma}\right)$$





2) Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement

Rayonnement d'une structure plane bafflée

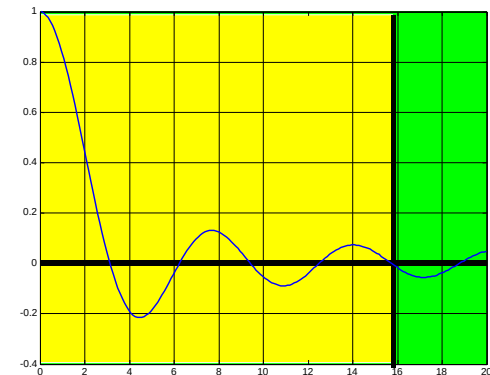
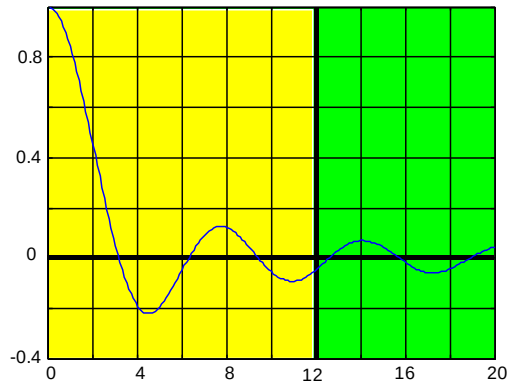
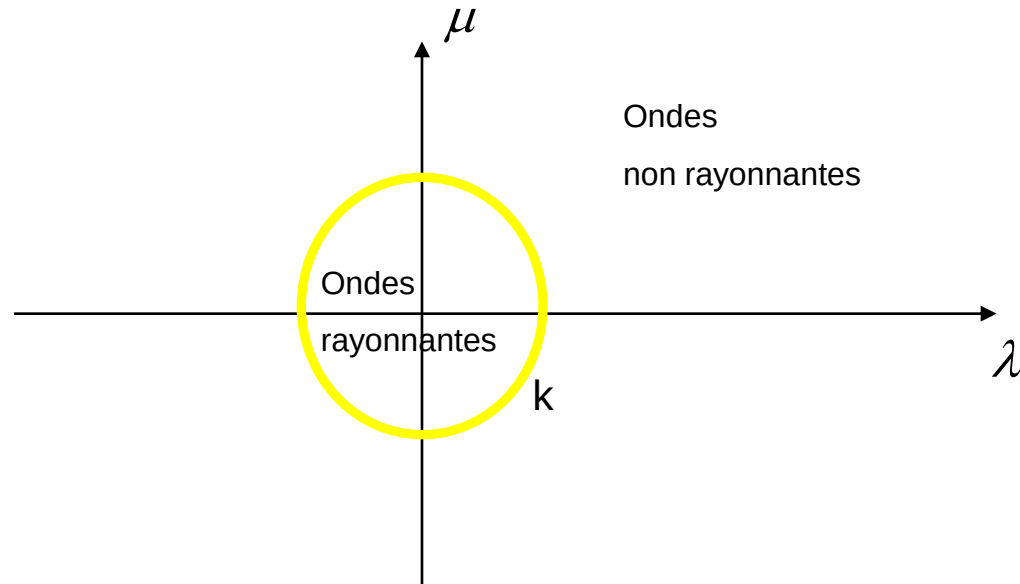
$$V_z(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{if } (x,y) \notin S \\ V_p(x,y) & \text{if } (x,y) \in S \end{cases}$$

$$\tilde{V}_z(\lambda, \mu) = \iint_S \exp(-j(\lambda x + \mu y)) V_p(x,y) dx dy$$

$$V_z(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{V}_z(\lambda, \mu)}{4\pi} \exp(j(\lambda x + \mu y)) d\lambda d\mu$$

Onde vibratoire progressive

2) Analyse ondulatoire du phénomène de rayonnement



Rayonnement du piston rectangulaire

3) Fréquence critique des plaques en vibrations de flexion

Son rayonné par une plaque infinie

L'onde mécanique doit être solution de l'équation de flexion des plaques

$$-\omega^2 MW(x,y) + D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) = 0$$

$$W(x,y) = A \exp(j\lambda x + j\mu y)$$

$$(-\omega^2 M + D(\lambda^2 + \mu^2)^2) B \exp(j\lambda x + j\mu y) = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{M}} (\lambda^2 + \mu^2)$$

3) Fréquence critique des plaques en vibrations de flexion

Son rayonné par une plaque infinie

Ondes rayonnantes

$$\omega > c\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$$

Ondes non rayonnantes

$$\omega < c\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{M}} (\lambda^2 + \mu^2)$$

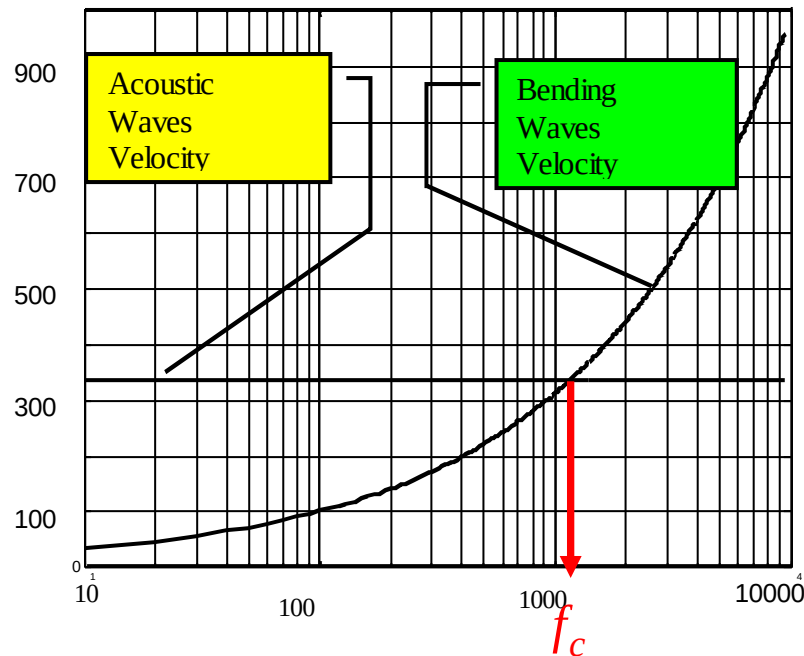
$$\omega > c^2 \sqrt{\frac{M}{D}} = \omega_c$$

$$\omega < c^2 \sqrt{\frac{M}{D}} = \omega_c$$

$$\omega_c = c^2 \sqrt{\frac{\rho_p(1-\nu^2)}{E}} \frac{1}{h}$$

3) Fréquence critique des plaques en vibrations de flexion

Interprétation de la fréquence critique en terme de vitesse de propagation



*Acoustic and bending waves velocities versus frequency.
The intersection of the two curves occurs at the critical frequency.*



4) Analyse modale du rayonnement de parois

$$f_{il}(x,y) = \sin\left(\frac{i\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{l\pi}{b}y\right)$$

$$\omega_{il} = \sqrt{\frac{D}{M}} \left(\left(\frac{i\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{b}\right)^2 \right)$$

$$W(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{il} f_{il}(x,y)$$

Amplitudes modales

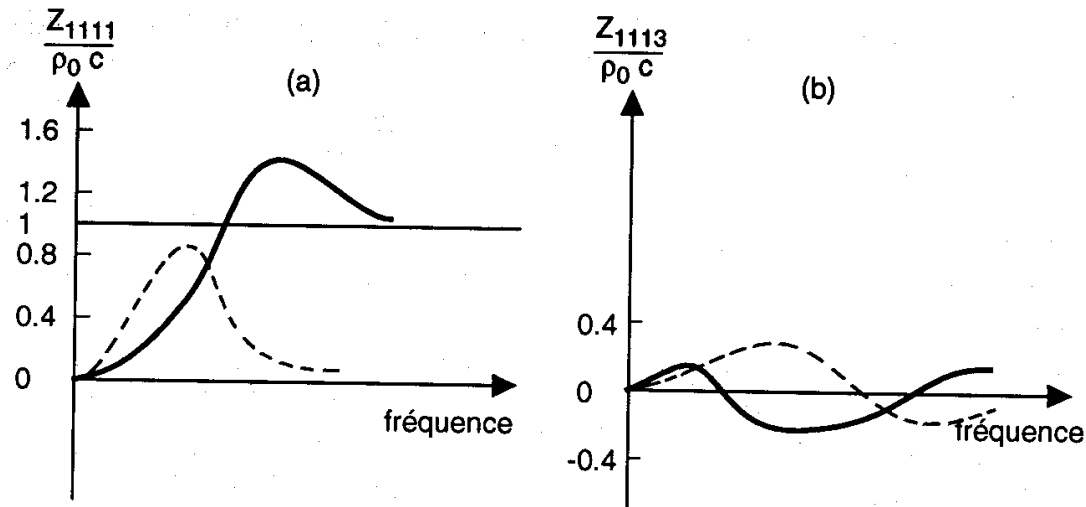
$$\pi_{rad} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \omega^2 \operatorname{Re} \{ a_{rs}^* a_{il} Z_{ilrs} \}$$

Impédances de rayonnement



4)Analyse modale du rayonnement de parois

Impédances de rayonnement



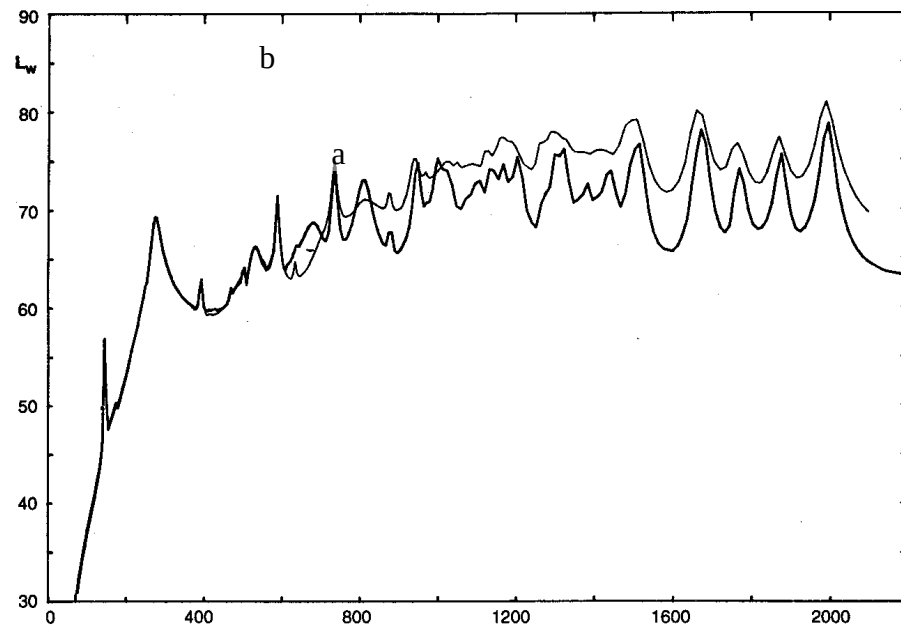
Radiation Impedance of rectangular plate modes versus frequency.

a) mode radiation resistance (solid line) and reactance (dashed line) for mode (1,1)

b) modal cross radiation resistance (solid line)and reactance (dashed line) for mode (1,1)and (1,3). After [15].

4) Analyse modale du rayonnement de parois

Influence des impédances de rayonnement croisées



Sound power radiated by a baffled cylinder in water versus frequency. After [23]

a) calculation with modal cross radiation impedances

a) calculation without modal cross radiation impedances

4) Analyse modale du rayonnement de parois

Calcul simplifié de la puissance rayonnée

$$\pi_{rad} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \omega^2 |a_{il}|^2 R_{ilil}$$

Résistance de
rayonnement directe

$$\sigma_{mn} = \frac{R_{mnmn}}{\rho c N_{mn}}$$

Facteur de rayonnement modal

4) Analyse modale du rayonnement de parois

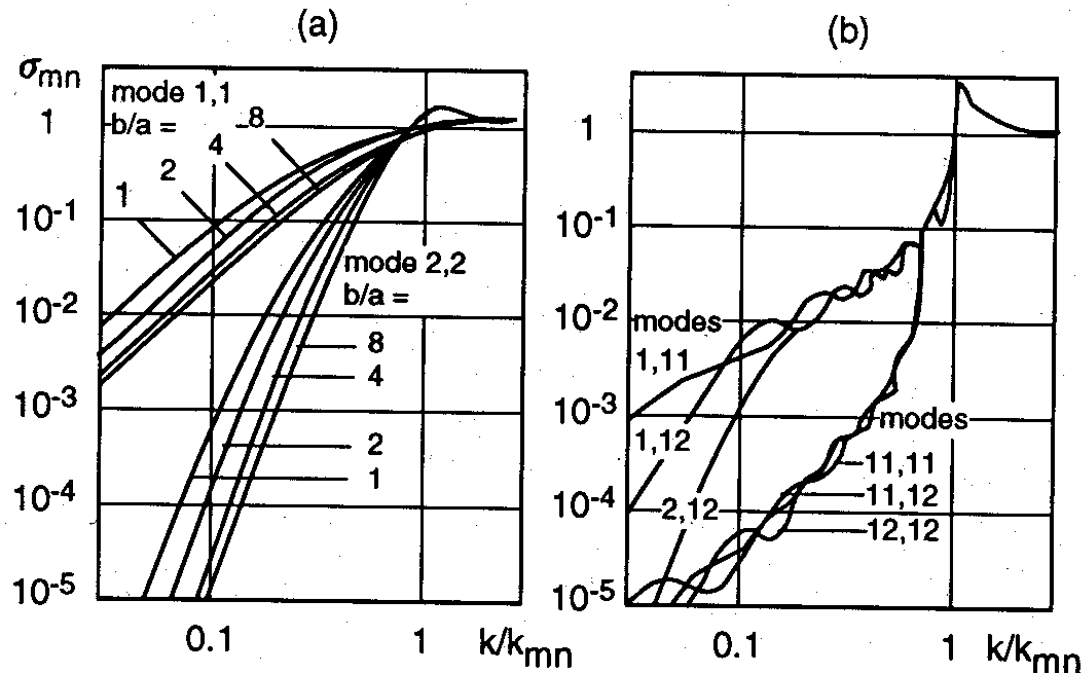
$k < k_{mn} \quad k_x > k > k_y$	$\sigma_{mn} = \frac{k(k_y^2 + k_{mn}^2 - k^2)}{bk_y(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}}$
$k < k_{mn} \quad k_x < k < k_y$	$\sigma_{mn} = \frac{k(k_x^2 + k_{mn}^2 - k^2)}{ak_x(k_{mn}^2 - k^2)^{3/2}}$
$k < k_{mn} \quad k_y < k \quad k_y > k$	$\sigma_{mn} = \frac{8k^2}{abk_y^2k_x^2} \left(1 - (-1)^n \frac{\sin(ak)}{ak} - (-1)^n \frac{\sin(bk)}{bk} + (-1)^{m+n} \frac{\sin(k(a^2+b^2)^{0.5})}{k(a^2+b^2)^{0.5}} \right)$
$k < k_{mn} \quad k_x < k \quad k_x > k$	$\sigma_{mn} = k \left(\frac{k_x^2 + k_{mn}^2 - k^2}{ak_x(k_{mn}^2 - k^2)^{1.5}} + \frac{k_y^2 + k_{mn}^2 - k^2}{bk_y(k_{mn}^2 - k^2)^{1.5}} \right)$
$k \approx k_{mn}$	$\sigma_{mn} = \frac{k}{3\pi} \left(\frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{\sqrt{n}} \right)$
$k > k_{mn}$	$\sigma_{mn} = \frac{k}{(k^2 - k_{mn}^2)^{0.5}}$

Radiation factor $\sigma_{mn} = \frac{R_{mnmn}}{\rho c}$ for modes of a rectangular simply supported plate .



4)Analyse modale du rayonnement de parois

Facteur de rayonnement modal

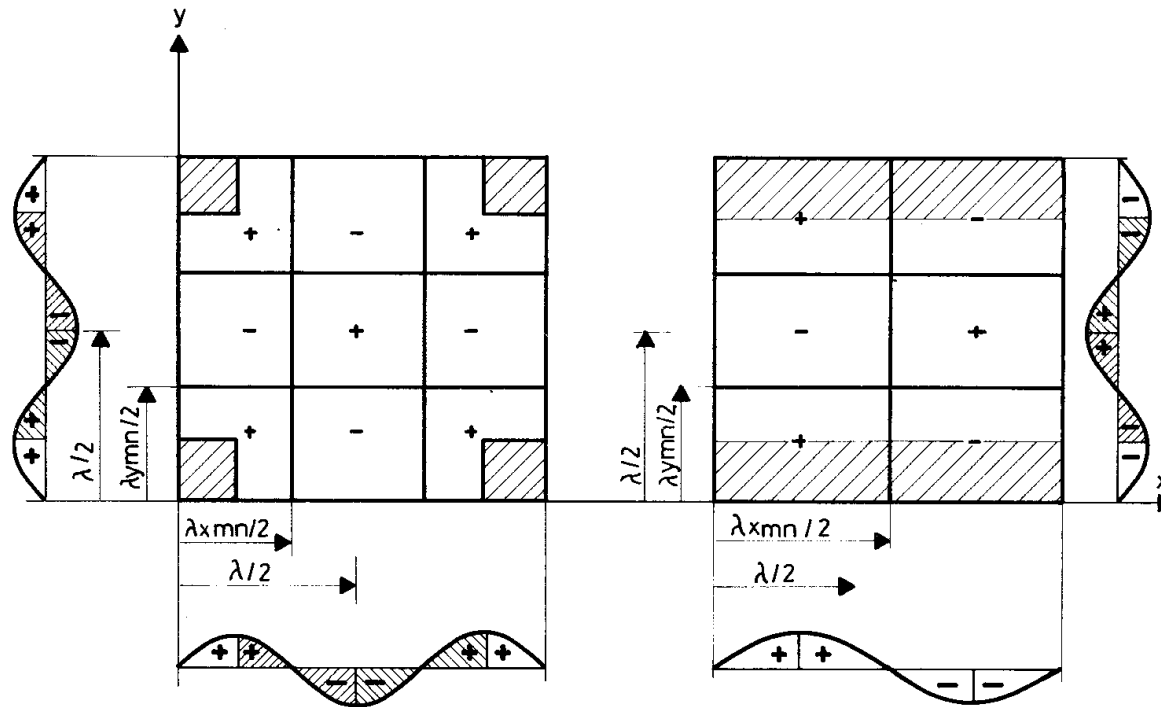


Radiation factor of plate modes versus ratio of acoustics and mode wave numbers .
 a) modes (1,1) and (2,2) for different values of the ratio length to width of the plate.
 b) high order modes . After [14] .



4) Analyse modale du rayonnement de parois

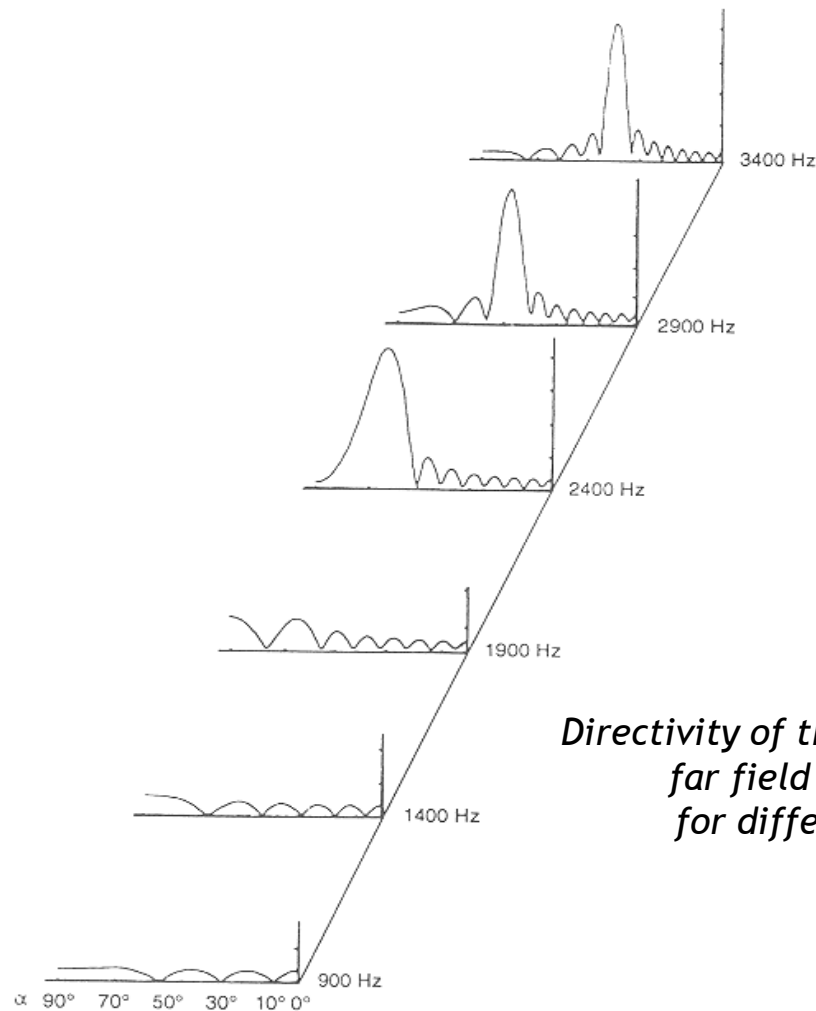
Court circuit vibro-acoustique





4)Analyse modale du rayonnement de parois

Directivité du champ rayonné en fonction de la fréquence



Directivity of the sound pressure radiated in the far field by rectangular plate mode, (15,15) for different frequencies. After[23]



5) Facteur de rayonnement des parois

Réponse diffuse de la plaque (modes résonnants)

$$\bar{\sigma} = \frac{\langle \pi_{rad} \rangle}{\rho c \langle V^2 \rangle} = \frac{\langle \omega^2 |a_{il}|^2 \rangle \sum_{i=resonant} \sum_{l=resonant} \langle R_{ilil} \rangle}{\rho c \langle \omega^2 |a_{il}|^2 \rangle \sum_{i=resonant} \sum_{l=resonant} N_{il}} = \frac{1}{N_{res}} \sum_{i=resonant} \sum_{l=resonant} \langle \sigma_{il} \rangle$$

$f < f_c$	$\bar{\sigma} = \frac{2\lambda_a \lambda_c}{ab} \frac{f}{f_c} g_1 + \frac{2(a+b)\lambda_c}{ab} g_2$
$f \approx f_c$	$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{a}{\lambda_c}} + \sqrt{\frac{b}{\lambda_c}}$
$f > f_c$	$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{f_c/f}}$

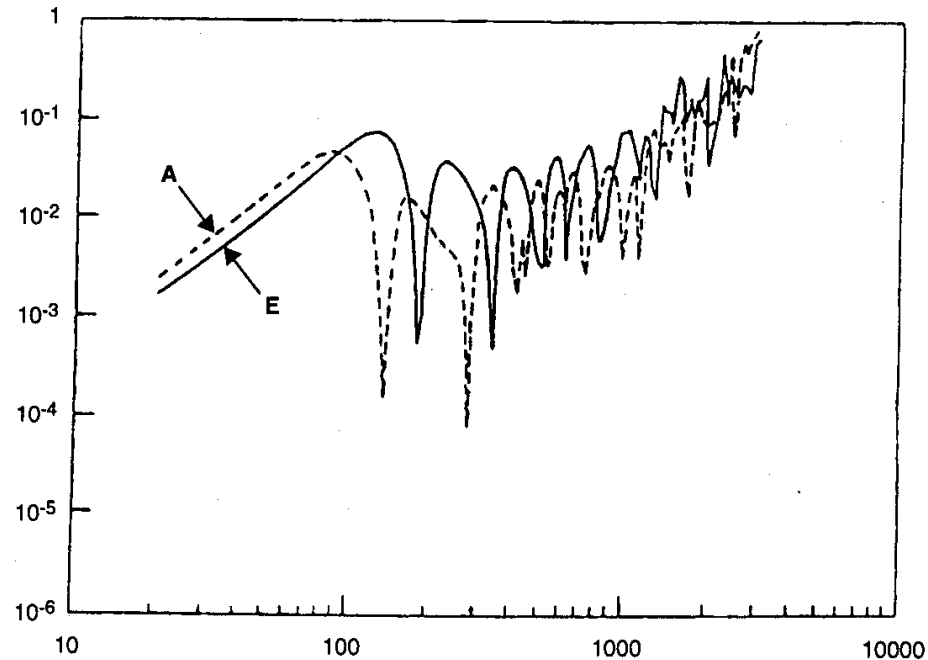
Radiation factor for a rectangular simply supported plate of length a and width b .After [6] and [30].

$$g_1 = \begin{cases} \frac{4(1-2f/f_c)}{\pi^4 \sqrt{f/f_c - f^2/f_c^2}}, & \text{when, } f < f_c/2 \\ 0, & \text{when, } f > f_c/2 \end{cases}$$

$$g_2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{1-f/f_c}{(1-f/f_c)^{1.5}} \log \left(\frac{1+\sqrt{f/f_c}}{1-\sqrt{f/f_c}} + 2\sqrt{f/f_c} \right)$$



Facteur de rayonnement d'une plaque rectangulaire



Radiation factor of a rectangular plate for different types of boundary conditions. A simply supported , E clamped. After [22].



Quelques résultats expérimentaux

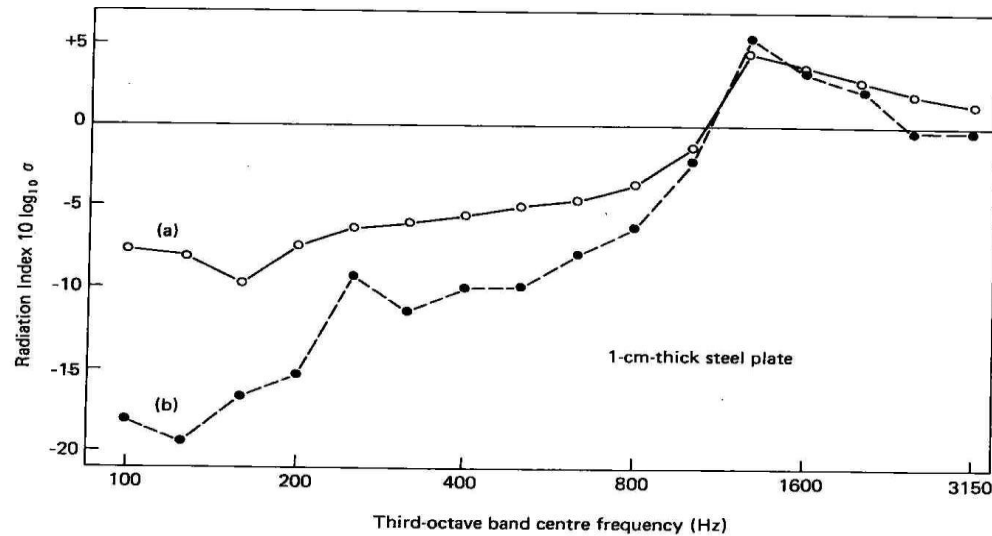


Fig. 46d. Comparison of radiation efficiencies of a plate under (a) airborne excitation and (b) mechanical excitation (Macadam, 1976).

Effet du type d'excitation sur le rayonnement



Quelques résultats expérimentaux

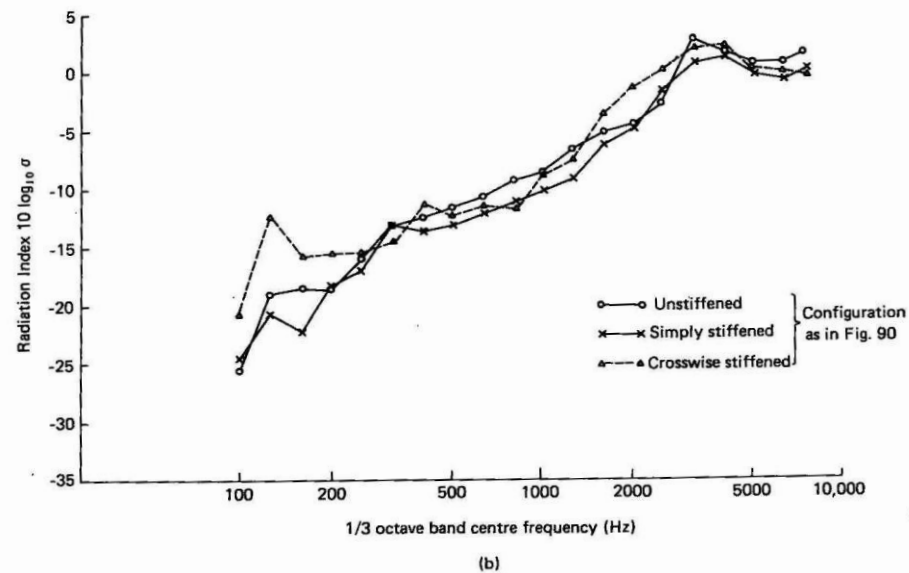


Fig. 47b. Effect of stiffening on radiation efficiencies of plates excited by a diffuse sound field (von Venzke *et al.*, 1973).

Effet de raidisseurs sur le rayonnement



Quelques résultats expérimentaux

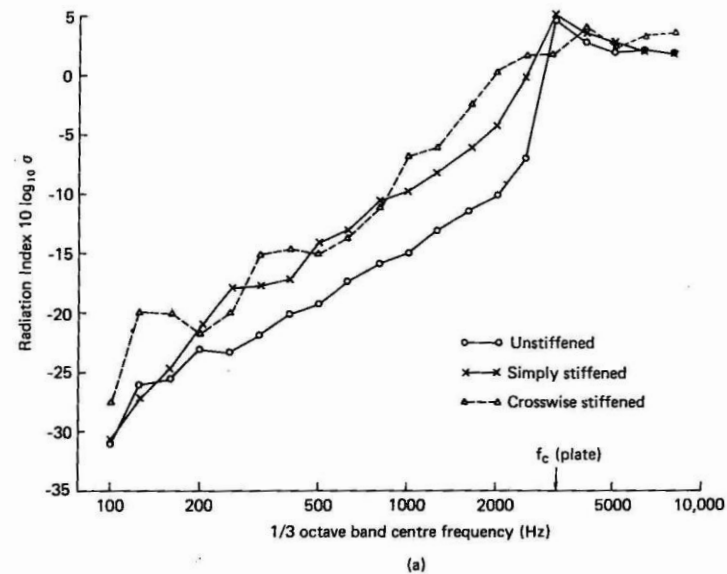


Fig. 47a. Effect of stiffening on radiation efficiencies of point-excited plates (von Venzke *et al.*, 1973).

Effet de raidisseurs sur le rayonnement

conclusion

Le rayonnement des parois est un phénomène complexe, incluant une modification des vibrations par la charge fluide

L'analyse ondulatoire montre que seule une partie des vibrations produit une émission sonore. L' autre partie ne produisant qu'un bruit pariétal.

La fréquence critique sépare deux zones: au dessous faible efficacité de rayonnement au dessus forte efficacité de rayonnement

L'analyse modale du rayonnement montre qu'au dessous de la fréquence critique le rayonnement des parois s'effectue par les bords et même les coins de celles-ci

Les impuretés géométriques des parois tendent à augmenter le facteur de rayonnement sous la fréquence critique sans le modifier au dessus